

Programmeringsstudie Rekenonderzoek in het primair onderwijs

Rekenonderzoek in het primair onderwijs

Samenvatting

Bezorgdheid over de rekenvaardigheid van leerlingen heeft geleid tot discussie over het rekenonderwijs. Er is een rapport verschenen van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW) over rekenonderwijs in het primair onderwijs, waarin wordt uitgelegd dat de bezorgdheid over het rekenonderwijs op z'n plaats is gezien de uitkomsten van internationaal en nationaal onderzoek naar het rekenniveau van leerlingen. Uit het beschikbare onderzoek is geen duidelijke conclusie te trekken of realistisch dan wel juist traditioneel rekenonderwijs tot betere resultaten leidt. Er zijn echter wel enige aanwijzingen dat traditioneel rekenonderwijs in het voordeel van zwakke rekenaars werkt en het realistisch rekenonderwijs bij betere rekenaars de zogenoemde hogere-orde rekenvaardigheden meer ontwikkelt. De sleutel tot verbetering van de rekenvaardigheid lijkt vooral te liggen in de rekeninhoudelijke en rekendidactische bekwaamheden van de leerkracht. Het rapport concludeert onder meer dat er naar aspecten van rekendidactiek meer systematisch onderzoek moet worden gedaan om tot beter onderbouwde uitspraken te kunnen komen.

Het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap (OCW) heeft mede naar aanleiding van het rapport van de KNAW aan NWO/PROO het verzoek gedaan om een onderzoeksprogramma op te zetten ter versterking van het empirisch onderzoek naar effectieve aanpakken in het rekenonderwijs in het regulier en speciaal basisonderwijs. De programmeringsstudie die hier voor u ligt geeft een korte schets van hetgeen bekend is over knelpunten in rekenvaardigheden en over effecten van rekenaanpakken op de rekenvaardigheid van leerlingen. De programmering richt zich op twee typen onderzoek: fundamenteel wetenschappelijk onderzoek en research-and-development (R&D). In beide typen onderzoek wordt naast effecten bij leerkrachten ook naar effecten bij leerlingen gekeken.

In het programma voor het eerste type onderzoek wordt nagegaan welke rekendidactische problemen zich bij het gebruik van rekenmethodes voordoen en welke mogelijkheden er – vanuit onderzoek gezien – bestaan om de kennis voor de vermindering van die problemen verder te ontwikkelen. Er zijn drie onderwerpen voor onderzoek geformuleerd.

Het programma voor het R&D-onderzoek richt zich op verbetering van het rekenonderwijs op het gebied van effectieve instructie en organisatie. Het gaat daarbij om onderwerpen waarover al veel uit onderzoek bekend is en het is de bedoeling dat de R&D-projecten zich richten op het omzetten van die kennis in onderwijsontwerpen en implementatie daarvan in de schoolpraktijk. Ook voor dit type onderzoek zijn drie onderwerpen geformuleerd; vanwege het beperkte budget kunnen waarschijnlijk slechts twee projecten worden gesubsidieerd.

Inhoud

1	Achtergronden en aanleiding voor de programmeringsstudie	5
2	Terreinafbakening onderzoek rekenen in het primair onderwijs	7
2.1	Knelpunten in de rekendidactiek	8
2.2	Knelpunten in het rekenonderwijs	10
3	Stand van zaken onderzoek en verbeteringsprojecten	14
3.1	Recent onderzoek	14
3.2	Onderwijsprojecten	14
4	Thema's en vraagstellingen voor onderzoek	16
4.1	Schetsen voor fundamenteel onderzoek	16
4.2	Schetsen voor R&D-projecten	19
5	Referenties	23
6	Samenstelling commissie	26

1 Achtergronden en aanleiding voor de programmeringsstudie

Er heerst in Nederland grote bezorgdheid over de taal- en rekenvaardigheid van scholieren en leerlingen. Het Ministerie van OCW heeft in haar programma voor de komende jaren dan ook de verbetering van de kwaliteit van het onderwijs in deze vaardigheden tot kern van het beleid gemaakt. Het blijkt dat nationaal gezien de vaardigheid in bewerkingen met grote getallen van groep 8 leerlingen is teruggelopen, maar dat hun inzicht in getallen en vaardigheid in schattend rekenen zijn verbeterd. Internationaal blijkt dat leerlingen van groep 6 van de basisschool in 2007 in vergelijking met ons omringende landen minder goed presteerden dan in voorafgaande jaren. Volgens sommigen is dit te wijten aan de realistische rekendidactiek die in de scholen wordt gevolgd, anderen betwisten dat met klem.

Naar aanleiding van de tegenvallende resultaten heeft het Ministerie van OCW in 2007 een groep experts verzocht om referentieniveaus te ontwikkelen voor verschillende overgangen van regulier en speciaal basisonderwijs naar voortgezet onderwijs. In het rapport van de commissie Meijerink (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen, 2008) zijn voor het einde van het primair onderwijs een fundamenteel niveau en een streefniveau geformuleerd. Beheersing van rekenvaardigheid op het fundamentele niveau is voor nagenoeg alle leerlingen bedoeld. Beheersing van het rekenen op streefniveau is bedoeld voor leerlingen die naar de VMBO-theoretische leerweg, HAVO of VWO willen uitstromen. De niveaus beschrijven wat leerlingen aan het einde van het primair onderwijs voor rekenen/wiskunde moeten kennen en kunnen. Sinds augustus 2010 zijn scholen verplicht duidelijk te maken hoe ze het streef- en fundamenteel niveau denken te kunnen realiseren (OCW, 2010 a).

De KNAW heeft in 2008 een commissie ingesteld die tot taak had om in kaart te brengen wat vanuit wetenschappelijk onderzoek bekend is over de relatie tussen rekendidactiek en rekenvaardigheid. Daarnaast diende ze empirisch feitenmateriaal aan te dragen voor de discussie over verbetering van het rekenonderwijs. In 2009 werd het rapport *Rekenonderwijs op de basisschool* uitgebracht, waarin werd geconcludeerd dat er onvoldoende empirische evidentie bestaat voor het verschil in effect van een realistische versus een traditionele didactiek op rekenprestaties. Het rapport stelt verder dat de sleutel tot verbetering van het rekenonderwijs vooral ligt in de verhoging van het niveau van de leerkracht. Vooral de rekenvaardigheid en de rekendidactische vaardigheid van leerkrachten moeten worden gestimuleerd om het rekenonderwijs te verbeteren. Het KNAW-rapport adviseert onder andere om onderzoek te doen naar het effect van verschillende rekendidactieken en van verschillende realisaties van een didactiek op de leerprocessen en leeruitkomsten. Mede naar aanleiding van dit rapport heeft OCW aan NWO het verzoek gedaan om een programma op te zetten ter versterking van het empirisch onderzoek naar effectieve aanpakken in het rekenonderwijs (OCW, 2010 b). Het onderzoek dient zich niet zozeer te richten op de vragen naar de gewenste rekendidactiek en vaardigheden van leerlingen, maar vooral op de vraag hoe de deskundigheid van leerkrachten op het gebied van rekenen kan worden vergroot. Het is de bedoeling van OCW om wetenschappelijk onderzoek naar rekenonderwijs in omvang en variatie te laten toenemen, zodat er meer kennis komt over hoe het rekenonderwijs te verbeteren. Het onderzoek kan in principe het gehele primaire onderwijs bestrijken, dus inclusief het speciaal basisonderwijs.

Het doel van deze programmeringsstudie is om, met gebruikmaking van de inzichten en aanbevelingen van het KNAW-rapport, een korte schets te geven van wat er

bekend is over effecten van rekenaanpakken en over knelpunten in rekenvaardigheden zoals die naar voren komen uit (inter)nationale peilingen. Vervolgens worden, na overweging van alternatieven, een aantal onderzoeksonderwerpen en vraagstellingen voor nieuw onderzoek uitgewerkt. In opdracht van OCW zal de programmering zich richten op twee typen onderzoek: fundamenteel wetenschappelijk onderzoek en onderzoek binnen research-and-development (R&D) projecten. In het programma voor het eerste type onderzoek wordt ingegaan op rekendidactische problemen bij het gebruik van rekenmethodes en wordt nagegaan welke mogelijkheden er – vanuit onderzoek gezien – bestaan om de kennis voor de vermindering van die problemen verder te ontwikkelen. De programmering zal gezien het beschikbare budget voor fundamenteel rekenonderzoek bescheiden van opzet zijn.

Het programma voor de R&D-projecten zal zich richten op hetgeen reeds bekend is uit onderzoek naar effectieve interventies voor verbetering van het rekenonderwijs. Het zal zich daarbij vooral toespitsen op de ontwikkeling en implementatie van interventies in samenwerking met de schoolpraktijk. De veronderstelling vanuit het KNAW-rapport is dat door deskundigheidsvergroting van leerkrachten de rekenproblemen in het onderwijs zullen afnemen. In de R&D-projecten zal moeten blijken of de rekendeskundigheid van leerkrachten kan worden vergroot, welke voorwaarden daarbij een rol spelen en in hoeverre het rekenonderwijs daarmee effectiever kan worden gemaakt. Bij de R&D-projecten zullen naast onderzoekers ook andere partijen zoals de Landelijke Pedagogische Centra, HBO-lectoren, PABO's en scholen betrokken zijn.

2 Terreinafbakening onderzoek rekenen in het primair onderwijs

Het PPON-onderzoek voor rekenen/wiskunde in het primair onderwijs laat zien dat het niveau eind groep 8 van de Nederlandse basisschool er tussen 1987 en 2004 gemiddeld genomen niet op is vooruitgegaan. Er is sprake van een vooruitgang op het gebied van getallen en getalrelaties en schattend rekenen, maar van een achteruitgang op het gebied van bewerkingen met grote getallen (Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005). Uit nadere analyse van de PPON-resultaten blijkt (Van Putten en Hickendorff, 2009) dat leerlingen bij bewerkingen met grote getallen steeds minder schriftelijke berekeningen of notities maken. Leerlingen gebruiken vaker hoofdrekenen, terwijl een schriftelijke rekenprocedure is gewenst. Van der Schoot (2008) toont aan de hand van de PPON-resultaten aan, dat een deel van de leerlingen (circa 25%) in groep 8 op onvoldoende niveau het rekenen beheerst dat mag worden verwacht om met succes VMBO beroepsgerichte leerweg te kunnen volgen. Het internationaal vergelijkende TIMSS-onderzoek laat zien dat de rekenprestaties van Nederlandse leerlingen in groep 6 basisonderwijs tussen 1995 en 2007 in vergelijking met die van leerlingen in de ons omringende landen achteruit zijn gegaan. Het percentage leerlingen met een geavanceerd rekenniveau is klein vergeleken met andere landen.

Kraemer, Van der Schoot & Van Rijn (2009) concluderen vanuit hun landelijk peilingonderzoek dat het merendeel van de leerlingen in het speciaal basisonderwijs (sbo) het niveau bereikt van de gemiddelde basisschoolleerling eind jaargroep 5. De lang uitgestelde aanbidding van vermenigvuldigen en delen, meten en breuken, verhoudingen en procenten belemmert de ontwikkeling van de nodige zelfredzaamheid van een grote groep leerlingen in het sbo. De Inspectie van het Onderwijs (2009) meent op grond van het rapport van Kraemer en collega's dat leerlingen in het speciaal basisonderwijs door hun lage niveau van rekenvaardigheid een hoog risico op uitval in het voortgezet onderwijs of plaatsing in het voortgezet speciaal onderwijs lopen. De Inspectie is daarom doende om het toezicht op het speciaal basisonderwijs sterker vorm te geven aan de hand van de leerresultaten van leerlingen. Dit gebeurt in overleg met betrokkenen uit het veld van het speciaal basisonderwijs. In de afgelopen jaren is door versterkt toezicht van de Inspectie al enige verbetering in de kwaliteit van het speciaal basisonderwijs bereikt en deze trend kan zich verder doorzetten (Inspectie van het Onderwijs, 2009). De Onderwijsraad (2008) stelt vast dat 42% van de basisscholen meent dat hun leerlingen onder de verwachtingen presteren. Daarbij baseren zij hun oordeel op de resultaten van zelf afgenomen rekentoetsen. Scholen ondernemen weliswaar activiteiten om rekenachterstanden terug te dringen, maar beschikken meestal niet over indicaties dat dit met succes gebeurt. Volgens de Inspectie kan 23% van de basisscholen als zwak in rekenen worden beschouwd (Inspectie van het Onderwijs, 2008). Op de scholen voor speciaal basisonderwijs is aan de hand van de schoolgegevens vaak niet goed vast te stellen wat de reken- en taalopbrengsten zijn aan het einde van de school (Inspectie van het Onderwijs, 2009).

In de PABO-opleiding is het met de rekenvaardigheden van studenten evenmin goed gesteld. Veel studenten hebben moeite om bij aanvang van de opleiding streefniveau groep 8 van de basisschool te bereiken (Straetmans & Eggen, 2005). Op de PABO is verder nauwelijks tijd beschikbaar voor verdieping van de reken/wiskundekennis van studenten en weinig tijd voor vakdidactiek rekenen (gemiddeld zijn er 52 klokuren in de hele PABO-opleiding voor het vak rekenen, zie Keijzer & Van Os, 2002, met grote variatie tussen de opleidingen, zie KNAW, 2009). Rekendidactiek moeten studenten voor het grootste deel in de onderwijspraktijk

leren. Maar eenmaal werkzaam in de praktijk, blijken leerkrachten weinig gebruik te maken van nascholing op het gebied van rekenen. Al met al geven de analyses aanleiding tot grote bezorgdheid over het niveau van het rekenonderwijs.

2.1 Knelpunten in de rekendidactiek

Voor het theoretisch gefundeerde onderzoek zijn onderwerpen gekozen die op onderdelen het gebruik van bestaande rekenmethodes kunnen verbeteren, zodat de resultaten van het onderzoek op korte termijn kunnen worden toegepast. Leerkrachten werken overwegend met rekenmethodes waarin doorgaans: a) veel aandacht wordt gegeven aan de verschillende oplossingswijzen van leerlingen, b) uitvoerig wordt stil gestaan bij begripsvorming, onder andere door het aanreiken van diverse visuele modellen en c) veel gebruik wordt gemaakt van toepassingopgaven. Bij het gebruik van deze aspecten van rekendidactiek doen zich echter problemen voor. Leerkrachten vragen zich af of en wanneer zij bij het aanleren van nieuwe vaardigheden gebruik moeten maken van meerdere oplossingswijzen, of zij uitvoerig stil moeten staan bij begripsvorming dan wel toch meer aandacht moeten besteden aan het oefenen van rekenprocedures, en hoe zij leerlingen moeten leren om toepassingsopgaven op een systematische wijze op te lossen.

De PPON-rekenresultaten uit 2003 geven aan dat leerlingen vooral bij bewerkingen met grote getallen veel verschillende oplossingswijzen naast en door elkaar gebruiken. Ook ondervinden zij problemen bij complexe toepassingsopgaven waarbij meerdere rekenbewerkingen moeten worden verricht (Janssen e.a., 2005; Van der Schoot, 2008). Rekenmethodes geven op de drie hierboven genoemde punten geen duidelijke aanwijzingen en wetenschappelijk onderbouwde kennis over hoe te handelen is beperkt (zie hieronder). Vandaar dat de focus in dit programma op onderzoek naar deze drie onderwerpen ligt. Andere onderwerpen, zoals het effectief inzetten van de technologie (zakrekenmachine) bij het leren rekenen, het verbeteren van de didactiek van rekenonderdelen waarop leerlingen niet goed presteren in de nationale peilingen (zoals bewerkingen met grote getallen, meten en toepassingen), of het onder experimentele condities vergelijken van de leerprocessen en leeruitkomsten van een realistische versus een traditionele rekendidactiek, hebben minder prioriteit.

Gebruik van oplossingswijzen

Leerlingen kunnen op verschillende manieren rekenopgaven oplossen. Het leren rekenen ontwikkelt zich van tellend rekenen naar het toepassen van rekenstrategieën (Fuson, 1992). Leerkrachten wordt door de realistische rekenmethodes aangeraden de strategieën van leerlingen te gebruiken en bij het aanbieden en oefenen van nieuwe leerinhouden meerdere oplossingswijzen naar voren te halen. Leerlingen zullen daarbij efficiënte rekenaanpakken moeten ontwikkelen. Het is voor leerkrachten van belang om te weten hoe ze leerlingen tot het gebruik van een efficiënte standaardoplossing kunnen brengen. De KNAW (2009) geeft in haar rapport een overzicht van het Nederlandse onderzoek naar het verschil in toepassing van meerdere strategieën versus één standaardstrategie. De onderzoeken zijn zowel in het speciaal als in gewoon basisonderwijs uitgevoerd en laten zien dat bij het leren optellen en aftrekken tot 100 met begeleide instructie (meerdere oplossingswijzen) en directe instructie (een standaardoplossingswijze) wisselende effecten werden gevonden. Het rapport concludeert dat er geen eenduidige uitspraken zijn te doen over de effecten van beide aanpakken, omdat in de onderzoeken doorgaans onvoldoende is gecontroleerd voor 'versturende' factoren zoals de leraar, de samenstelling van de klas of de implementatie van de interventies. Er is, met andere woorden, beter opgezet en uitgevoerd onderzoek

nodig om over deze problematiek steekhoudende uitspraken te kunnen doen. Wellicht is er een optimale mix van meerdere oplossingswijzen en een standaardoplossingswijze mogelijk.

Instructiewijzen: begripsmatig en procedureel

Internationaal wordt er nadruk gelegd op de wisselende rollen voor de leerkracht bij het geven van effectief rekenonderwijs. Hiebert en Grouws (2007) geven in een recent overzicht van onderzoek naar rekeninstructie aan, dat de factoren in het model van effectieve instructie en met name waar het gaat om de gelegenheid tot leren (leerstof en leertijd) nog steeds de meest belangrijke voorspellers zijn voor rekenvaardigheden (zie ook Harskamp & Suhre, 1994, voor het belang van gelegenheid tot leren voor rekenprestaties). Voor het aanleren van rekenfeiten en procedures is het effectief als de leerkracht uitlegt, voordoet en veel oefening met feedback geeft. De leerkracht speelt een centrale rol, zorgt voor duidelijke doelen en houdt het tempo van de oefeningen hoog en gericht op hetgeen leerlingen nog onvoldoende beheersen. Hiebert en Grouws menen echter dat leerlingen bij het verwerven van conceptuele kennis zelf een grote inbreng moeten hebben. De leerkracht moet hen de kans geven om met rekenproblemen te worstelen en feiten en procedures te verbinden met zelf verworven inzicht en begrip. Voor het begripsmatig ondersteund onderwijs moet de nadruk volgens hen niet liggen op het aanleren van procedures, maar op discussie over oplossingswijzen, overleg tussen leerlingen en het bewust leren gebruiken van oplossingsstrategieën. De insteek van Hiebert en Grouws is interessant, omdat deze de cognitivistische opvatting over effectieve kennisoverdracht probeert te verbinden met het constructivistische denken over het door leerlingen op eigen kracht laten verwerven van kennis. In hun benadering is er zowel ruimte voor het aanleren van feiten en procedures als voor het verder ontwikkelen van conceptuele kennis, ieder met eigen instructieprincipes.

Onderwijs in probleemoplossen

Onderzoek (Guldemond, 2001; Van Lieshout & Berends, 2009) laat zien dat leerlingen op de basisschool vaak moeite hebben met het oplossen van zogenoemde toepassingsopgaven, vooral de vele opgaven waarin de noodzakelijke informatie is verspreid over afbeelding en tekst of opgaven met veel extra informatie. De rekenmethodes besteden doorgaans geen speciale aandacht aan het leren oplossen van deze complexe opgaven. In internationaal onderzoek in speciaal en regulier basisonderwijs (Kroesbergen & Van Luit, 2003; Verschaffel, Greer & De Corte, 2000; Xin, Jitendra e.a., 2005) zoekt men reeds langer naar manieren om leerlingen tot betere oplossters van deze opgaven te maken en leerkrachten meer bij het bewust leren oplossen van complexe toepassingsopgaven te betrekken. Het blijkt dat het kunnen oplossen van complexe toepassingsopgaven niet alleen afhankelijk is van de rekenvaardigheid of leesvaardigheid van leerlingen (zie Vilenius-Tuohimaa Aunola & Nurmi, 2008). Het gaat eveneens om de heuristische en metacognitieve vaardigheid van leerlingen: de mogelijkheid om rekenproblemen aan te pakken met gebruikmaking van de eigen rekenkennis. Er zijn echter nog weinig aanwijzingen voor de effectiviteit van instructiemethoden. Naast elkaar zijn er in zowel regulier als in het speciaal onderwijs effecten geconstateerd van systematische probleemaanpak (Schoenfeld, 1992; Jacobse & Harskamp, 2009), maar ook van het leren van zelfregulerende vaardigheden (Montague, 2008) en van het leren schematiseren van toepassingsopgaven (zie Xin, Jitendra e.a., 2005). Er is momenteel nog te weinig onderzoek beschikbaar om vergelijkingen van de effectiviteit van de instructiewijzen te kunnen maken (Zawojewski & Lesh, 2003).

2.2 Knelpunten in het rekenonderwijs

Het ontbreekt op dit moment aan gedegen onderzoek dat een representatief beeld geeft van de feitelijke gang van zaken in de rekenlessen op de basisscholen. Niettemin kan uit verschillende bronnen toch een beeld worden afgeleid. Het landenvergelijkend TIMMS-onderzoek (Mullis e.a., 2008) doet vermoeden dat het Nederlandse rekenonderwijs de afgelopen tien jaar steeds meer is geïndividualiseerd ten opzichte van ontwikkelingen in het buitenland. Zelfstandig werken alleen of in groepjes is een veel gebruikte werkvorm. In Nederlandse basisscholen wordt in vergelijking met basisscholen in andere landen beduidend minder lestijd besteed aan het geven van klassikale instructie en uitleg aan leerlingen en meer aan het zelfstandig laten werken. Op veel Nederlandse basisscholen volstaat men vaak met twee keer per week een centrale instructie en daartussen door instructie aan groepjes leerlingen. Rekenmethodes werken met aparte instructielessen en lessen zelfstandig werken.

Onderzoek van de Inspectie van het Onderwijs (2008) laat zien dat scholen met goede versus slechte rekenprestaties van leerlingen doorgaans op de volgende factoren verschillen:

- a. systematische evaluatie van de rekenprestaties in relatie tot het onderwijsaanbod;
- b. het aanbieden van de basisleerstof in elk leerjaar tot en met het niveau van groep 8;
- c. taakgerichte werksfeer en hoge actieve leertijd op school;
- d. regelmatige en duidelijke uitleg en het onderwijzen van strategieën voor denken en leren;
- e. de actieve en zelfstandige rol van de leerling;
- f. planmatige zorg met extra programma's voor leerlingen die achterblijven.

Dit overzicht geeft aan dat het er in de onderwijspraktijk niet alleen om gaat hoe er instructie wordt gegeven, maar ook hoe vaak, hoe intensief voor de leerlingen en met welk onderwijsaanbod.

Een recent rapport van de Inspectie van het Onderwijs over opbrengstgericht werken en de relatie met rekenprestaties (Timminga & Swanborn, 2010) bevestigt het eerdere beeld. Het laat zien dat er op de meeste onderzochte scholen weliswaar sprake is van frequent gebruik van toetsen, maar dat er vaak geen duidelijke leerdoelen per leerjaar zijn geformuleerd. Er komen uit onderzoek ook signalen dat de instructie in het rekenonderwijs niet ver is ontwikkeld. Deze betreffen bijvoorbeeld het ondersteunen van het zelfstandig oplossen van complexe opgaven, het voeren van interactieve gesprekken met leerlingen over hun oplossingswijzen, het analyseren van het rekenwerk van kinderen en het geven van procesgerichte feedback tijdens de les. Leerkrachten gebruiken rekentoetsen vooral voor het maken van een overzicht van de resultaten en het bieden van herhalingsstof aan zwakke rekenaars. Zij geven doorgaans geen gerichte extra instructie over rekenonderdelen die kinderen niet goed beheersen.

Uit bovengenoemde grootschalige onderzoeken komt naar voren dat kenmerken van effectieve (reken)instructie binnen de klas, maar ook tussen klassen, vaak niet voldoende op elkaar zijn afgestemd. Het is nodig dat er een goed samenspel komt van rekendoelen, leerstofaanbod, instructiewijzen, groepeeringsvormen en evaluatie en dat dit wordt afgestemd met andere klassen. De genoemde kenmerken zullen in onderlinge afstemming de effectiviteit van het rekenonderwijs op een school bepalen (zie voor uitleg en voorspellende waarde van het model van effectieve instructie: Creemers, 1994; Kyriakides & Creemers, 2008).

De keuze voor onderzoek naar de volgende drie hieronder beschreven onderwerpen komt voort uit de analyse van de ontwikkelingen in het rekenonderwijs. De rapportages van met name de Onderwijsinspectie laten zien dat er dringend behoefte is aan het verbeteren van de rekenpraktijk in het onderwijs op het gebied van: assessmentvaardigheden van leerkrachten, de vaardigheden die nodig zijn voor het differentiëren van de rekeninstructie en de vaardigheden om binnen de school te bereiken rekendoelen en werkwijze in de klassen op elkaar af te stemmen. Van onderzoek naar landelijke referentieniveaus en hoe leerkrachten daarmee om kunnen gaan of onderzoek naar opbrengstgericht werken wordt afgezien, omdat deze onderwerpen al ruim aan bod komen in lopende onderzoeksprojecten en ondersteuningsprojecten (zie paragraaf 3.1 en 3.2). Tijdens de verbeteringstrajecten voor assessment- en instructievaardigheden zullen zo nodig ook de eigen rekenvaardigheden van leerkrachten moeten worden verbeterd. Deze zijn een voorwaarde voor het kunnen evalueren van de rekenvaardigheden van leerlingen en voor het kunnen geven van effectieve instructie. Het verbeteren van de rekenvaardigheden van aanstaande leerkrachten is een praktisch probleem dat binnen de op te zetten R&D-projecten geen voorrang krijgt. Het probleem begint bij de selectie van studenten. In de huidige situatie gaat in de rekenlessen op de PABO vaak veel tijd zitten in het verbeteren van de eigen rekenvaardigheden van studenten, wat ten koste gaat van tijd voor rekendidactische kennis en vaardigheden.

Coördinatie van het rekenonderwijs binnen de school

Onderzoek in het buitenland naar succesvolle rekenverbeteringstrajecten voor scholen (o.a. van Slavin & Lake, 2008) laat zien, dat interventies vooral effectief zijn als ze worden gericht op aspecten van het onderwijs in de dagelijkse klassenpraktijk. Verder is van belang, dat de school in meerderheid achter de rekenverbetering staat en over interne veranderaars (*internal change agents*) beschikt, die de verbeteringen coördineren en de focus houden op verbetering van de dagelijkse routines in de klas (Fullan, 2007). Joyce & Showers (2002) geven aan dat een combinatie van kennisoverdracht, demonstratie van vaardigheden, het zelf oefenen door leerkrachten in hun praktijk, overleg met collega's over de uitvoering van onderwijs en coaching door een ervaren collega vaak effectief zijn in het verbeteren van de kennis en vaardigheden van leerkrachten.

Binnen de school zullen afspraken over de te bereiken rekendoelen en de toe te passen rekendidactiek georganiseerd moeten worden. Daartoe is het nodig dat leerkrachten in hun rekenonderwijs worden ondersteund en van advies voorzien. Verder is regelmatig overleg met collega's nodig over het onderwijs en de bereikte resultaten. Intensief overleg en steun aan leerkrachten in de klas zal een positieve invloed uitoefenen op hun rekendidactische vaardigheden. Een speciaal daartoe opgeleide leerkracht kan als rekencoördinator deze belangrijke taken vervullen (zie Williams, 2008). Maar er zijn ook andere invullingen voor het coördineren van het verbeteren en afstemmen van rekenonderwijs binnen de school mogelijk. In vrijwel alle basisscholen bestaat een structuur die de leraar hulp kan bieden: een intern begeleider, een *remedial teacher*, een zorgcoördinator of een samenwerkingsverband. Zoals hierboven al werd geconstateerd, ontbreekt het op veel scholen echter aan vastgelegde meetbare rekendoelen per leerjaar en aan doelen voor verschillende groepen leerlingen. Met andere woorden, er is geen duidelijke sturing om per leerjaar bepaalde fundamentele doelen of streefdoelen te bereiken.

Assessment

Assessment heeft tot doel om na te gaan in hoeverre leerlingen de beoogde leerdoelen bereiken. Assessment kan plaatsvinden tijdens het geven van onderwijs (met nadruk op procesgerichte feedback), maar ook achteraf door het evalueren van

rekenwerk of gemaakte rekentoetsen. Marzano (2006) concludeert op grond van reviews van onderzoek dat formatieve assessment tijdens het onderwijs effectiever is dan summatieve assessment achteraf. Formatieve assessment houdt in dat leerkrachten tijdens het geven van onderwijs nagaan hoe goed leerlingen hun opdrachten en uitleg begrijpen, bijvoorbeeld door het stellen van vragen en het geven van feedback aan leerlingen. Op deze wijze kunnen zij hun instructie steeds aanpassen aan de behoeften van de leerlingen. Tijdens rekenlessen is het belangrijk dat zij zien hoe leerlingen opgaven uitvoeren en welke oplossingswijzen ze daarbij gebruiken (Lesh, e.a., 2000). Rapportages van de Inspectie van het Onderwijs over opbrengstgericht werken en de relatie met rekenprestaties (Timminga & Swanborn, 2010) laten zien, dat er op de meeste scholen weliswaar sprake is van frequent gebruik van methodetoetsen, maar dat leerkrachten daar meestal niet veel meer mee doen dan het maken van een overzicht van resultaten en het bieden van herhalingsstof aan zwakke rekenaars. Foutenanalyse van het gemaakte werk en gerichte extra instructie blijven meestal achterwege. Er is tijdens de lessen doorgaans weinig procesgerichte feedback waarbij wordt ingegaan op oplossingen van leerlingen.

Differentiatie van het onderwijsaanbod

Onderzoek laat geen duidelijk verschil zien in rekenprestaties tussen klassen ingedeeld naar niveau van leerlingen (externe differentiatie) en klassen met verschillende groepen (interne differentiatie). Over het algemeen wordt geconcludeerd dat differentiatie naar niveau (extern of intern) vooral in het voordeel is van de betere rekenaars. Bij onderwijs volgens interne differentiatie worden doorgaans minder goede resultaten gevonden dan bij klassikale organisatie van de lessen, waarbij alle leerlingen hetzelfde onderwijsaanbod krijgen. Het effect van differentiatie in onderwijsaanbod binnen de klas is groter naarmate de verschillen in rekenniveau van leerlingen van een klas groter zijn (Koshy, 2001; Whitburn, 2001). Onderzoekers wijzen erop, dat het werken met differentiatie binnen klassen complexiteit in het lesgeven met zich meebrengt (Slavin, 1987, Linchevski & Kutscher, 1998). Bij interne differentiatie moeten leerkrachten aan verschillende groepen leerlingen binnen de klas instructie en begeleiding geven. Zelfs leerkrachten met veel werkervaring in gedifferentieerd rekenonderwijs geven frequent klassikaal les en hebben moeite om consequent instructie aan groepen te geven. Differentiatie in onderwijsaanbod binnen de klas vereist nauwgezette voorbereiding, planning en grote vaardigheid in klassenorganisatie. Effectieve differentiatie in rekaanbod binnen klassenverband is daarom sterk afhankelijk van de inzet en capaciteiten van de leerkracht (Whitburn, 2001).

Leerkrachten van Nederlandse basisscholen worden geacht om het aanbod in rekenleerstof en de instructie af te stemmen op de behoeften van de leerlingen in de klas. Uit een recent rapport van de Inspectie van het Onderwijs (Timminga & Swanborn, 2010) blijkt dat leerkrachten in het basisonderwijs met behulp van hun rekenmethode doorgaans wel leerstof differentiëren voor goede, middelmatige en zwakke rekenaars in de klas, maar dat zij de instructie en begeleiding vaak niet afstemmen op verschillen tussen leerlingen. Het inspectierapport bevestigt daarmee wat reeds uit eerdere onderzoeken naar differentiatie in taal- en rekenonderwijs op de basisschool naar voren kwam (o.a. Reezigt, Houtveen & Van der Grift, 2001). Het rapport stelt vast dat leerkrachten, die voor zichzelf een minimumprogramma hanteren en hun leerstofaanbod en instructie richten op groepen leerlingen in de klas, betere rekenprestaties hebben dan hun collega-leerkrachten in voorgaande leerjaren. Relatief weinig leerkrachten bereiken dit echter.

Vergeleken met de reguliere basisscholen hanteren scholen voor speciaal basisonderwijs een andere organisatievorm in de rekenlessen. Veel scholen gebruiken een vorm van niveau- of tempodifferentiatie, al dan niet met

gedifferentieerde oefenstof. Er wordt veel individueel instructie gegeven en de leerstof wordt individueel verwerkt. Deze grote mate van interne differentiatie maakt kwalitatief hoogwaardige instructie en begeleiding niet eenvoudig uit te voeren (Kraemer, Van der Schoot & Van Rijn, 2009).

3 Stand van zaken onderzoek en verbeteringsprojecten

3.1 Recent onderzoek

De Rijksuniversiteit Groningen verricht in het kader van TIER (Top Institute for Evidence Based Education Research) in samenwerking met het Cito verschillende onderzoeken naar het effect van het werken met gedifferentieerde leerstandaarden voor taal en rekenen in het basisonderwijs. In dat onderzoek worden experimenten verricht die leerkrachten stimuleren om in vergelijking met landelijke toetsen eigen referentieniveaus te formuleren en die met hun leerlingen na te streven. Tevens worden er binnen TIER onderwijsexperimenten gedaan naar zelfregulerend leren van taal en rekenen in de bovenbouw van het basisonderwijs. Het gaat hierbij om self-assessment door leerlingen, feedback door de leerkracht en een computerprogramma voor de ondersteuning van metacognitie.

Het Kohnstamm Instituut doet onderzoek naar '*data-driven teaching*': het gebruik van gegevens uit een leerlingvolgsysteem, toets- of handelingsplannen om het onderwijs aan leerlingen te verbeteren in de richting van door scholen zelfgekozen referentieniveaus.

Daarnaast voert het Cito het pilotproject 'Hanteren van proefreferentie-niveaus in het LOVS' uit, dat het fundamenteel en streefniveau van onder andere reken/wiskundevaardigheden van leerlingen beoogt vast te leggen. Zoals in paragraaf 2.1 aangegeven is er onderzoek van de Inspectie van het Onderwijs (zie Inspectie van het Onderwijs, 2008, en Timminga & Swanborn, 2010) naar kenmerken van scholen, klassen en leerkrachten met goede, gemiddelde en slechte rekenprestaties van leerlingen. Dit onderzoek geeft een indruk van de stand van zaken van het rekenonderwijs op de scholen.

De Universiteit Utrecht, de Universiteit Maastricht en de Vrije Universiteit Amsterdam doen onderzoek naar de fundamentele van het rekenen van jonge kinderen. Zij onderzoeken de rol van niet-symbolische representaties van hoeveelheden en veranderingen daarin (bijvoorbeeld met de vingers of met blokjes) en de rol van het werkgeheugen om te komen tot symbolische representaties (getallen en sommen). Dit onderzoek kan inzicht geven in fundamentele processen in de vroege ontwikkeling van kinderen die het latere rekenen belemmeren of bevorderen en bevat experimenten voor verbetering van de vroege rekenvaardigheden van leerlingen.

De genoemde onderzoeken richten zich op het vaststellen van referentieniveaus op schoolniveau en landelijk niveau, op het gebruik van toetsgegevens door leerkrachten en op de stand van zaken over hoe het rekenonderwijs op basisscholen is georganiseerd en hoe belangrijke aspecten van de rekenlessen verlopen. Tot slot is er onderzoek over fundamentele rekenprocessen bij jonge leerlingen dat aanwijzingen kan geven voor het voorkomen en verbeteren van ernstige rekenproblemen. De onderzoeken gaan niet specifiek in op het verbeteren van de rekendidactische vaardigheden van leerkrachten.

3.2 Onderwijsprojecten

In de praktijk van de onderwijsondersteuningsinstellingen zijn reeds diverse projecten gaande op het gebied van rekenen (zie Letschert, 2009). APS, CPS, KPC

en SLO werken met groepjes basisscholen aan verschillende onderwerpen, zoals doorlopende leerlijnen voor rekenen van primair naar voortgezet onderwijs, een kennisbasis rekenen, het overdragen van rekengegevens tussen leerkrachten en scholen, het vormgeven van interactief rekenonderwijs en het verbeteren van de leerlingenzorg voor rekenen. De ondersteuningsinstellingen hebben hun activiteiten onderling enigszins op elkaar afgestemd.

Het Freudenthal Instituut heeft een eigen aanbod voor rekenondersteuning. Dit omvat onder andere het Rekenweb met extra digitaal lesmateriaal en het ZOEFI-project, om meer en systematischer in klassenverband met rekenen te oefenen. Onder de naam 'Scholen voor Morgen' wordt gewerkt aan de kwaliteitsagenda voor het primair onderwijs. Het doel hiervan is door het verbeteren van de opbrengsten op het gebied van taal, lezen en rekenen een duurzame verbetering van de kwaliteit van het primair onderwijs te bewerkstelligen. Het Projectbureau Kwaliteit voert onder verantwoordelijkheid van de PO-raad en samen met het Ministerie van OCV delen van de kwaliteitsagenda uit. De afgelopen jaren zijn in het kader hiervan tweeduizend scholen voor primair onderwijs met een verbetertraject gestart. Het gaat daarbij om zeer uiteenlopende scholen wat betreft hun denominatie, leerlingpopulatie, en taal- en rekenprestaties. Zeshonderd scholen zijn aan de slag gegaan om hun rekenonderwijs te versterken. Dit betreft niet alleen scholen met onvoldoende resultaten, maar ook scholen die hun niveau binnen de verbetertrajecten willen verhogen. De resultaten van deze pilotscholen worden extern geëvalueerd door ITS, IVA en Inspectie van het Onderwijs. Het Projectbureau Kwaliteit van de PO-raad zorgt voor afstemming met andere instellingen die zich bezighouden met de versterking van het rekenonderwijs. Daarnaast organiseren het Projectbureau Kwaliteit en andere instellingen conferenties en masterclasses voor leerkrachten.

In de projecten van de landelijke ondersteuningsinstellingen wordt vaak samen met de scholen een ondersteuningsaanbod geformuleerd en uitgevoerd. Daarbij wordt uitgegaan van de specifieke expertise die de instellingen te bieden hebben. Verbetering van rekenonderwijs volgens een R&D-aanpak volgt een enigszins andere lijn. Typisch voor een dergelijke aanpak is het startpunt: een breed gedragen visie voor de verbetering van het onderwijs, die wordt gekoppeld aan een goed geëxpliciteerde kennisbasis (Jenlink, Reigeluth, Carr & Nelson, 1996). Vanuit die kennisbasis kan door onderzoek en ondersteuning en in nauw overleg met vertegenwoordigers van de scholen een ontwerp voor een verbetertraject worden gespecificeerd. Vervolgens kunnen binnen scholen try-outs en ontwikkelactiviteiten worden ondernomen. Tot slot kan een volledig verbetertraject worden uitgevoerd, waarvan in onderzoek empirische evidentie over de effectiviteit wordt verkregen. Fullan (2007) geeft aan dat het met succes implementeren van een verbetertraject sturend en ondersteunend projectleiderschap vereist. Schoolleiding en leerkrachten moeten worden betrokken bij de uitwerking van een innovatie en er moet binnen de school capaciteit worden opgebouwd om de innovatie te accepteren en eigen te maken. Voor de schoolleiding en leerkrachten moet helder zijn welke stappen moeten worden genomen, wat die van hen vereisen en welke resultaten ze zullen opleveren.

4 Thema's en vraagstellingen voor onderzoek

Het in het kader van het huidige programma te verrichten onderzoek richt zich op het primair onderwijs en zal meerdere jaren in beslag nemen. De onderzoekers wordt in overweging gegeven in hun onderzoeksplan zowel het regulier als het speciaal basisonderwijs te betrekken. Het onderzoek kan zich toespitsen op meer dan een van de domeinen van rekenen/wiskunde (Getallen en bewerkingen, Verhoudingen, Meten en meetkunde of Verbanden) en op verschillende leeftijdsgroepen van leerlingen.

Fundamenteel onderzoek zoals in paragraaf 2.1 beschreven gaat over problemen die zich bij het gebruik van rekenmethodes voordoen en de vraag welke kennis nieuw onderzoek kan aandragen voor de vermindering van deze problemen. Toegepast onderzoek in R&D-projecten dient bij te dragen aan het verbeteren van het dagelijkse rekenonderwijs op een bepaald onderwerp waarover een kennisbasis is opgebouwd (zie paragraaf 2.2). Er bestaat in het huidige onderwijs over het algemeen een gebrek aan goede afstemming tussen belangrijke onderdelen van het onderwijs: het leerstofaanbod en de leerdoelen, de instructie, de groeiperingsvormen en de evaluatie van het onderwijs. Scholen die al deze componenten goed hebben afgestemd worden 'sterke rekenscholen' genoemd en zij die dat niet hebben 'zwakke rekenscholen' (Inspectie van het Onderwijs, 2008). Het rekenonderwijs op de meeste scholen bevindt zich tussen deze twee uitersten.

Voor het brengen van meer helderheid in de discussie over aspecten van rekendidactiek worden drie onderwerpen voor fundamenteel onderzoek geschetst. Daarnaast worden drie onderwerpen beschreven voor R&D-onderzoek, dat zowel op schoolniveau als op het niveau van de klas het rekenonderwijs dient te versterken. Binnen het voor dit onderzoek beschikbare budget kunnen naar alle waarschijnlijkheid slechts twee onderzoeksaanvragen worden gesubsidieerd.

In het KNAW-rapport (aanbeveling 4.1) worden de volgende typen onderzoek aanbevolen:

- a. reflectie op kerndoelen rekenen;
- b. ontwikkelexperimenten;
- c. methodologische verantwoord vergelijkend onderzoek;
- d. analyses van grootschalige peilingen van rekenonderzoek;
- e. studies naar het effect van informatietechnologie.

De eerste twee typen kunnen vooral in de hier geplande R&D-projecten tot hun recht komen, de volgende twee vooral in de fundamentele onderzoeken. Onderzoek naar de effecten van informatietechnologie en computerondersteund onderwijs kan in principe binnen elk van de geplande onderzoeken worden verricht. Bij interventies in het rekenonderwijs kan de computer dienen als hulpmiddel om het onderwijs mede vorm te geven (Bastiaens, Martens & Stijnen, 2002; Slavin & Lake, 2008).

4.1 Schetsen voor fundamenteel onderzoek

Onderzoek naar theoretische kennis voor de verbetering van de rekendidactiek in het onderwijs zal een voldoende looptijd moeten hebben om problemen nader te kunnen bestuderen en mogelijke oplossingen aan te dragen. Om deze reden is de looptijd van een onderzoeksproject vastgesteld op maximaal vier jaar met een budget van maximaal 300.000 euro. Onderzoek dient zich te richten op de hieronder genoemde onderwerpen. De daarbij geformuleerde onderzoeksvragen dienen als mogelijke leidraad voor de nadere uitwerking van een onderzoeksproject. Het is aan

te bevelen de onderzoeksvragen multidisciplinair aan te pakken, bijvoorbeeld door expertise op het terrein van wiskunde, vakdidactiek, pedagogiek of psychologie te combineren.

4.1.1 De effectiviteit van varianten van het werken met oplossingswijzen van leerlingen en een standaardoplossingswijze

Onderdelen van de rekendidactiek die dringend om een antwoord vragen betreffen allereerst de manier waarop rekenonderwijs moet worden vormgegeven. Een belangrijke vraag voor de onderwijspraktijk gaat over het gebruik van meerdere oplossingswijzen. In reken/wiskundemethodes wordt aandacht besteed aan de informele oplossingsstrategieën van leerlingen. Door het vergelijken van de eigen strategie met die van andere kinderen kunnen leerlingen hun inzicht verdiepen. De vraag is echter of het leren ontwikkelen van eigen oplossingswijzen en discussie met anderen daarover effectiever is dan het leren toepassen van een standaardoplossing. Zijn er daarin wellicht verschillen tussen goede en zwakkere rekenaars? Bepaalde varianten van gebruik van oplossingswijzen kunnen in het onderwijs effectiever blijken dan andere varianten (zie verder paragraaf 2.1, Gebruik van oplossingswijzen).

Aangezien de rol van de leerkracht cruciaal is, zullen leerkrachten expliciet bij het onderzoek moeten worden betrokken. Dit kan gebeuren in de vorm van rapportages van hun manier van lesgeven in het observationele onderzoek en het mede helpen ontwikkelen van lesmaterialen, het meehelpen vormgeven en het uitvoeren van onderzoekscondities in het vergelijkend onderzoek. Het onderzoek dient zich te richten op zowel vaardigheidsdoelen als begripsvorming. Te denken valt aan effectmaten zoals het flexibel inzetten van strategieën door leerlingen en de transfer van rekenvaardigheden in nieuwe situaties.

Relevante onderzoeksvragen zijn:

- Welke mogelijke voor- en nadelen hebben het toepassen van varianten van het gebruik van een of meerdere oplossingswijzen voor het verwerven van nieuwe rekenvaardigheden door leerlingen?
- In hoeverre doen zich in de onderwijspraktijk en in de rekenmethodes duidelijke verschillen voor in het toepassen van een of meerdere oplossingswijzen? Het gaat er hierbij om de daadwerkelijke variatie in het toepassen van oplossingswijzen en de relatie van deze variatie met de gebruikte rekenmethoden op te sporen.
- Bestaan er verschillen in vaardigheid en begripsvorming tussen leerlingen van leerkrachten die bepaalde varianten van het gebruik van oplossingswijzen toepassen? Variëren de resultaten voor verschillende groepen leerlingen?

Het onderzoek kan overeenkomstig aanbeveling 4.1 van het KNAW-rapport gebruikmaken van vergelijkende veldexperimenten of observationele studies. Deze laatste kunnen bijvoorbeeld studies zijn, waarin resultaten van grootschalige nationale peilingonderzoeken rekenen worden gekoppeld aan gegevens over het gebruik van oplossingswijzen door leerkrachten in hun rekenonderwijs. Maar ook combinaties van observationele studie en veldexperiment zijn mogelijk. Het gaat er in het onderzoek om dat verschillende varianten van gebruik van oplossingswijzen op hun effect voor leerprocessen en leeruitkomsten worden onderzocht.

Men kan bij de uitwerking van het onderzoek gebruikmaken van informatie- en communicatietechnologie (bijvoorbeeld door computerondersteunde oefenprogramma's aan te bieden die zijn uitgewerkt in verschillende varianten volgens welke de leerkrachten te werk gaan).

4.1.2 De effectiviteit van varianten van procedureel en begripsvormend onderwijs

Een belangrijke vraag voor de onderwijspraktijk betreft de wijze van instructie die de begripsvorming van leerlingen bevordert: zijn bepaalde varianten van begripsmatig ondersteund en procedureel aanbieden van nieuwe rekenvaardigheden effectiever dan andere varianten? Het gaat hierbij met name om het onderscheid dat Hiebert en Grouws (2007) maken tussen onderwijs gericht op rekenvaardigheid en onderwijs gericht op begripvorming (zie verder paragraaf 2.1, Instructiewijzen: begripsmatig en procedureel). Zij pleiten voor een bewuste combinatie van beide benaderingen. Tussen rekenmethodes bestaan er verschillen in nadruk op het bevorderen van begrip en op het aanleren van procedures.

In het onderzoek zullen groepen leerkrachten worden vergeleken die volgens bepaalde combinaties van begripsmatig ondersteund en procedureel onderwijs te werk gaan.

Aangezien de rol van de leerkracht cruciaal is, zullen leerkrachten expliciet bij het onderzoek moeten worden betrokken. Onderzoek dient zich te richten op zowel vaardigheidsdoelen als op begripsvorming en inzicht. Bij dit laatste valt te denken aan effectmaten zoals het flexibel inzetten van strategieën door leerlingen en de transfer van rekenvaardigheden in nieuwe situaties.

Relevante onderzoeksvragen zijn:

- Hoe kan het begripsmatig ondersteund en het procedureel aanbieden en oefenen van nieuwe leerinhouden zo worden vormgegeven, dat er bij leerlingen optimale effecten in rekenvaardigheid en rekeninzicht optreden?
- In hoeverre zijn combinaties van begripsmatig ondersteund en procedureel onderwijs in rekenmethodes uitgewerkt? Bestaan er in de onderwijspraktijk duidelijke verschillen op dit gebied en, zo ja, welke varianten zijn er?
- Zijn er tussen leerkrachten, die in hun rekenlessen op verschillende manieren begripsmatig ondersteund en procedureel onderwijs combineren, verschillen in rekenprestaties van hun leerlingen? Variëren de resultaten voor verschillende groepen leerlingen?

Men kan bij de uitwerking van het onderzoek gebruikmaken van informatie- en communicatietechnologie (bijvoorbeeld door voor een bepaald onderdeel van het rekenen computerprogramma's te ontwikkelen met verschillende combinaties van begripsmatig ondersteund en procedureel onderwijs).

Het onderzoek kan in overeenstemming met aanbeveling 4.1 van het KNAW-rapport gebruikmaken van observationele studies, van vergelijkende veldexperimenten of van een combinatie van deze methoden. In het onderzoek dient te worden nagegaan of verschillende vakdidactische realisaties (i.c. procedurele instructie versus begripsmatig ondersteund onderwijs) uiteenlopende effecten hebben op leerprocessen en leeruitkomsten.

4.1.3 De effectiviteit van verschillende instructiemethodes voor het verbeteren van het oplossen van complexe toepassingsopgaven

In de huidige rekenmethodes en rekentoetsen worden opgaven meestal aangeboden in een toepassings situatie. De toepassingsopgaven kunnen meer of minder complex zijn, dat hangt onder andere af van de wijze waarop de informatie wordt gepresenteerd en de stappen die nodig zijn om de opgaven op te lossen. Onderzoek (zie paragraaf 2.1, Onderwijs in probleemoplossen) laat bijvoorbeeld zien dat veel leerlingen moeite hebben met toepassingsopgaven waarin de noodzakelijke informatie voor het oplossen van de opgave over zowel de tekst als de afbeelding is verspreid. Het gaat hierbij om een flink deel van de rekenopgaven. Het is voor de

praktijk van belang, dat onderzoek duidelijk maakt hoe leerlingen kunnen leren om complexe toepassingsopgaven aan te pakken. De rekenmethodes besteden doorgaans geen speciale aandacht aan het leren oplossen van zulke opgaven. In internationaal onderzoek in zowel regulier als speciaal basisonderwijs (zie paragraaf 2.1) wordt al langer gezocht naar manieren om leerlingen tot betere oplossers van deze opgaven te maken en om leerkrachten meer te betrekken bij het bewust leren oplossen van complexe toepassingsopgaven. Waarschijnlijk gaat het om zowel heuristische als metacognitive vaardigheden van leerlingen. Naast elkaar zijn er effecten geconstateerd van instructie in een systematische probleemaanpak, maar ook van het aanleren van zelfregulerende vaardigheden en van instructie in het leren schematiseren van toepassingsopgaven. Eenduidige uitkomsten van onderzoek zijn er nog niet.

Het KNAW-rapport verwijst niet uitdrukkelijk naar problemen met het oplossen van toepassingsopgaven. Wel wordt in het rapport aangeraden om in de Citotoetsen meer balans aan te brengen tussen opgaven met en zonder context en tussen inzicht en vaardigheid (Aanbeveling 5.3). De in paragraaf 2.1 beschreven onderzoeken bevestigen dat complexe toepassingsopgaven voor veel leerlingen een barrière vormen, die hun rekenresultaten negatief beïnvloedt.

Relevante onderzoeksvragen zijn:

- Welke type toepassingsopgaven uit de rekenmethodes en toetsen veroorzaken extra problemen en hoe kunnen de problemen die deze opgaven bij leerlingen oproepen worden verklaard?
- Bestaan er verschillen tussen leerkrachten in het geven van ondersteuning aan leerlingen bij het oplossen van toepassingsopgaven en houden deze verschillen verband met de gebruikte rekenmethodes?
- Welke interventies lijken effectief te zijn voor het leren oplossen van toepassingsopgaven en hoe denken leerkrachten over de haalbaarheid van mogelijke effectieve interventies voor hun onderwijssituatie?
- Welke effecten hebben veelbelovende interventies voor de verschillende groepen leerlingen in het primair onderwijs?
- Hoe kunnen deze interventies in het dagelijks gebruik van de rekenmethoden worden geïntegreerd?

In dit onderzoek kan in overeenstemming met aanbeveling 4.1 in het KNAW-rapport goed gebruik gemaakt worden van informatietechnologie (bijvoorbeeld door het ontwikkelen en implementeren van digitale ondersteuning voor leerlingen bij het oplossen van toepassingsopgaven). Het onderzoek kan bestaan uit zowel observatiestudies als vergelijkende veldexperimenten.

4.2 Schetsen voor R&D-projecten

In de aanloop tot de totstandkoming van dit onderzoeksprogramma heeft op 29 juni 2010 overleg plaatsgevonden tussen vertegenwoordigers van ondersteuningsinstellingen, onderzoeksinstituten en scholen met het Ministerie van OCW over de voorwaarden waaraan onderzoeksaanvragen voor R&D-projecten bij voorkeur zouden moeten voldoen. Daarin werden de volgende zaken genoemd:

1. aansluiten bij problemen van scholen;
2. beginnen met het beschrijven van de actuele stand van zaken, inclusief de lopende projecten;
3. passende suggesties geven voor een praktijkgericht onderzoeksdesign;
4. een langere doorlooptijd;
5. implementatie van begin af aan als perspectief nemen;
6. de resultaten op een voor het onderwijs praktische manier presenteren.

Bij het opstellen van een aanvraag kan hiermee al rekening worden gehouden door het onderzoek te richten op problemen die door het veld en het onderwijsbeleid worden herkend, die vragen om kennis van de actuele stand van zaken en die gericht zijn op implementatie. De R&D-projecten hebben tot doel het zoeken van praktische oplossingen voor problemen in het rekenonderwijs. Ze hebben een looptijd van maximaal vier jaar. Het is aan te bevelen de onderzoeksvragen multidisciplinair aan te pakken via onderlinge samenwerking tussen medewerkers van een of meer landelijke ondersteuningsinstellingen, scholen en onderzoekers. Hierdoor ontstaat een multidisciplinair team met verschillende expertises. Samen kunnen de partners in deze projecten interventies (her)ontwerpen, deze ontwerpen uitproberen en uiteindelijk op bredere schaal in de scholen implementeren. De projecten moeten overdraagbare producten en procedures opleveren voor verspreiding van de opbrengsten naar andere scholen. De producten van een project moeten nuttig zijn voor scholen, die eveneens aan zo'n verbetertraject willen beginnen. De rol van onderzoek in deze projecten is het aandragen van een kennisbasis voor het ontwikkelen van een verbeterontwerp, het analyseren en evalueren van de stand van zaken bij de betrokken scholen, leerkrachten en leerlingen ter voorbereiding van projectbeslissingen (formatieve evaluatie) en voor externe verantwoording (summatieve evaluatie).

Aangezien voor R&D-projecten (mede gezien de samenwerking tussen onderzoeks- en ondersteuningsinstellingen en de afstemming met scholen) ervaren deskundigen nodig zijn, is per onderzoeksproject maximaal € 900.000 beschikbaar voor een maximale periode van vier jaar. Hiervan is bijvoorbeeld een project te bekostigen, dat wordt uitgevoerd door onderwijsondersteuners, onderzoekers, onderzoeksassistenten, extra begeleiders in de klas en extra inzet van leerkrachten.

Hieronder worden drie onderwerpen beschreven voor R&D-onderzoek. Dit onderzoek dient het rekenonderwijs zowel op schoolniveau als op het niveau van de klas te versterken.

4.2.1 Versterking van de coördinatie van het rekenonderwijs in de school

Voor succesvolle rekenverbeteringstrajecten op scholen is het van belang dat er een interne begeleiding en coördinatie van het rekenonderwijs is, die ervoor zorgt dat de teamleden achter de rekenverbetering staan en dat de leerkrachten gefocust zijn op verbetering van hun dagelijkse routines in de klas. De school zal aandacht moeten besteden aan het stellen van rekendoelen per leerjaar en aan de wijze waarop deze doelen kunnen worden gerealiseerd. In de school dient prioriteit te worden gegeven aan verhoging van de opbrengst van het rekenen. Coördinatie van het rekenonderwijs is nodig voor het bepalen van te bereiken rekendoelen en om leerkrachten te adviseren hoe deze doelen te bereiken. Leerkrachten hebben vaak vragen die op het niveau van klassenmanagement liggen. Dergelijke vragen kunnen door directe advisering en overleg binnen het team worden aangepakt. Daarnaast zal soms observatie en ondersteuning in de klas nodig zijn (zie verder paragraaf 2.2, Coördinatie van het rekenonderwijs binnen de school).

Rekencoördinatoren kunnen bij het implementeren van rekenverbeteringen op school een belangrijke rol vervullen door bijvoorbeeld onderling overleg tussen leerkrachten op te starten en advies en ondersteuning in de klas te geven. De rekencoördinator kan een leerkracht zijn met veel ervaring en kennis van rekenonderwijs, maar ook een interne begeleider, zorgcoördinator, remedial teacher, etc. Er zijn niettemin ook andere vormen van organisatie op de scholen mogelijk waarbinnen de coördinatie van het rekenen wordt verzorgd. Het Projectbureau Kwaliteit van de PO-raad ondersteunt rekencoördinatoren door middel van conferenties en masterclasses. Ook het Freudenthal Instituut is op dit terrein actief. Inzichten die zijn ontwikkeld in de verbetertrajecten rekenen kunnen

indicaties geven hoe de alledaagse, korte-termijn noden van de leerkracht te koppelen zijn aan doelen met betrekking tot de verbetering van het rekenonderwijs op middellange termijn.

Relevante onderzoeksvragen zijn:

- *Kennisbasis*. Welke kennis en vaardigheden zijn binnen een school nodig voor het beantwoorden van veel voorkomende vragen van leerkrachten over hun rekenonderwijs, diagnose van de klassensituaties en het verstrekken van adviezen en hulp aan leerkrachten?
- *Stand van zaken*. Welke knelpunten ervaren leerkrachten, interne begeleiders, coördinatoren en schoolleiders bij het realiseren van samenhangend rekenonderwijs binnen de school?
- Waaruit dient een programma voor nascholing en begeleiding van personen die de rekencoördinatie gaan uitvoeren te bestaan?
- *Try-out*. Hoever zijn scholen met rekencoördinatie na een eerste jaar van nascholing en begeleiding gevorderd in hun kennis en vaardigheden om leerkrachten te adviseren en te begeleiden? In welke mate is de rekencoördinatie dan in het team geaccepteerd en maken leerkrachten ook feitelijk van het hulpaanbod voor rekenen gebruik? Is er noodzaak tot bijstelling van het verbeterproject?
- *Implementatie*. Welke effecten hebben nascholing- en begeleidingsinterventies op verandering in afstemming van rekenonderwijs in het schoolteam en meer opbrengstgericht werken op klassenniveau? Welke effecten zijn bij leerlingen merkbaar?

4.2.2 Verbetering van assessment door leerkrachten van rekenprocessen en rekenresultaten van hun leerlingen

Assessment heeft tot doel om tijdens en na de rekenles na te gaan in hoeverre leerlingen de beoogde leerdoelen hebben bereikt (zie paragraaf 2.2, Assessment). Op de meeste scholen is weliswaar sprake van frequent gebruik van methodetoetsen, maar leerkrachten gebruiken de toetsen vooral voor het maken van een overzicht van resultaten en het bieden van herhalingsstof aan zwakke rekenaars. Analyse van veel voorkomende fouten en gerichte extra instructie blijven meestal achterwege. Leerkrachten geven tijdens de lessen doorgaans weinig procesgerichte feedback om na te gaan hoe de kinderen opgaven oplossen en welke problemen ze daarbij hebben. Vooral voor zwakke rekenaars is de situatie vaak minder gunstig dan gewenst. Rekenvaardigheden bouwen op elkaar voort en misconcepties bij eenvoudige begrippen kunnen grote gevolgen hebben voor het zich eigen maken van meer complexe begrippen.

Relevante onderzoeksvragen zijn:

- *Kennisbasis*. Welke kenmerken moet een nascholings- en begeleidingsaanbod voor leerkrachten op het gebied van assessment en feedback hebben om in de bestaande praktijk effectief en uitvoerbaar te kunnen zijn?
- *Stand van zaken*. Hoe gebruiken leerkrachten assessment nu en welke lacunes bestaan er in hun kennis en vaardigheid op het gebied van assessment van leerprocessen en producten van leerlingen?
- In hoeverre achten leerkrachten het haalbaar om hun kennis van de opbouw van rekenvaardigheden in de methode en van oplossingswijzen van leerlingen op korte termijn te verbeteren?
- *Try-out*. In hoeverre hebben leerkrachten na een eerste jaar van nascholing en begeleiding hun kennis van de opbouw van rekenvaardigheden in de methode en van oplossingswijzen van leerlingen vergroot en in hoeverre is er sprake van onderwijs, waarbij wordt nagegaan of leerlingen de stof begrijpen? Bestaat er noodzaak tot bijstelling van het verbeterproject?

- *Implementatie*. In hoeverre leiden interventies gericht op assessment van proces en product tot meer en betere kennis en opvattingen van leerkrachten over assessment, tot betere proces- en productgerichte feedback aan leerlingen en tot betere rekenprestaties van leerlingen? Gaan de goede rekenaars door beter assessment meer excelleren?

4.2.3 Geschikte vormen van differentiatie naar behoeften van leerlingen in de klas

Leerkrachten worden geacht om het aanbod in rekenleerstof en de instructie af te stemmen op de behoeften van de leerlingen in de klas. Uit een recent rapport van de Inspectie van het Onderwijs (zie paragraaf 2.2, Differentiatie van het onderwijsaanbod) gebaseerd op survey-onderzoek in scholen komt naar voren dat leerkrachten met behulp van hun rekenmethode doorgaans wel leerstof differentiëren voor goede, middelmatige en zwakke rekenaars, maar hun onderwijstijd en instructie vaak niet afstemmen op verschillen tussen leerlingen. Het rapport bevestigt de bevindingen uit andere onderzoeken naar differentiatie in het rekenonderwijs. Een probleem is dat het op vele scholen ontbreekt aan vastgelegde meetbare doelen per leerjaar en aan doelen voor verschillende groepen leerlingen binnen de klas (zie paragraaf 2.2). Met andere woorden, er bestaat doorgaans geen duidelijke sturing om per leerjaar bepaalde standaarden met de leerlingen te bereiken. Per augustus 2010, met de invoering van de Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen, is het echter wel de bedoeling dat scholen duidelijk maken hoe ze fundamentele en streefdoelen met hun leerlingen denken te bereiken (OCW, 2010a).

In het regulier en speciaal onderwijs is men aan verschillende manieren van differentiatie gewend. Klassikale instructie in combinatie met gedifferentieerde verwerkings- en oefenstof is typerend voor reguliere basisscholen. In het speciaal basisonderwijs kiezen leerkrachten echter meestal voor niveau- of tempodifferentiatie. Daarbinnen geven zij veel individuele instructie en verwerken de leerlingen de leerstof individueel. Onderzoek laat zien dat interne differentiatie in de klas effectiever is dan klassikaal onderwijs, maar dat interne differentiatie voor leerkrachten vaak arbeidsintensief en complex in uitvoering is. Het zal zaak zijn om effectieve en uitvoerbare modellen van differentiatie te ontwikkelen voor regulier en speciaal basisonderwijs en deze aan te passen aan de mogelijkheden van de school.

Relevante onderzoeksvragen zijn:

- *Kennisbasis*. Onder welke condities zijn nascholing en begeleiding gericht op het opstellen van concrete rekendoelen, variatie in instructie en onderwijstijd naar behoeften van (groepen) leerlingen in de onderwijspraktijk uitvoerbaar?
- *Stand van zaken*. Welke activiteiten ontplooiën leerkrachten reeds in hun klas om (per lesperiode en voor het einde van het jaar) voor groepen leerlingen toetsbare rekendoelen op te stellen en de rekenleerstof en -instructie daarop af te stemmen? Welke groeperingsvormen passen ze daarbij toe?
- Hoe schatten leerkrachten zelf hun kennis en vaardigheden in om fundamentele en streefdoelen voor hun klas vast te stellen, de instructie voor leerlingen met verschillende rekenbehoeften te variëren en de onderwijstijd aan te passen?
- *Try-out*: In hoeverre hebben leerkrachten na een eerste jaar van nascholing en begeleiding hun kennis en vaardigheden in het werken met wisselende groepen, het variëren van instructie en het geven van procesgerichte feedback uitgebreid en verdiept? Is er noodzaak tot bijstelling van het verbeterproject?
- *Implementatie*. In hoeverre hebben veelbelovende interventies gericht op variatie in instructie en onderwijstijd tussen leerlingen in de onderwijspraktijk effect op de organisatie van de rekenlessen, het instructiegedrag, het leerlinggedrag en de leerresultaten? Leidt de gekozen vorm van differentiatie er toe dat goede rekenaars meer excelleren?

5 Referenties

Bastiaens, Th., Martens, R., Stijnen, P. (Red.) (2002). ICT en onderwijs, op weg naar blended learning. *Pedagogische Studiën*, 79, Themanummer.

Creemers, B.P.M. (1994). *The effective classroom*. London: Cassell.

Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met rekenen. Consolideren, onderhouden, gebruiken en verdiepen*. Enschede: SLO.

Fullan, M. (2007). *The new meaning of educational change* (4th ed.). New York: Teachers College Press.

Fuson, K.C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In: D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 243-275. New York: Macmillan.

Guldemon, H. (2001). *Rekentoetsen, rekenprestaties en allochtone leerlingen. SVO-rapport*. Groningen: GION.

Harskamp, E.G., Suhre, C. (1994). Assessing the opportunity to learn mathematics. *Evaluation Review. A Journal of Applied Social Research*, 18 (5), 627-642.

Hiebert, J., Grouws, D.A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In: F.K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on mathematics teaching and learning*, 371-404. Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Inspectie van het Onderwijs (2008). *Basisvaardigheden rekenen-wiskunde. Een onderzoek naar het niveau van rekenen-wiskunde in het basisonderwijs en naar verschillen tussen scholen met lage, gemiddelde en goede rekenresultaten*. Den Haag: Inspectie van het Onderwijs.

Inspectie van het Onderwijs (2009). *De kwaliteit van het speciaal basisonderwijs. Onderzoek naar de kwaliteitsverbetering van zwakke en risicovolle scholen in de periode 2006-2008*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.

Inspectie van het Onderwijs (2010). *Monitor verbetertrajecten taal/rekenen 2009*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.

IVA beleidsonderzoek en advies (2010). *Meta-analyse van de eerste opbrengsten van de kwaliteitsagenda Primair Onderwijs*. Tilburg: IVA beleidsonderzoek en advies.

Jacobse, A.E., Harskamp, E.G. (2009). Student-controlled metacognitive training for solving word problems in primary school mathematics. *Educational Research and Evaluation*, 15 (5), 447-463.

Janssen, J., Schoot, F. van der, Hemker, B. (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004*. PPON-reeks nummer 32. Arnhem: Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling.

Jenlink, P.M., Reigeluth, C.M., Carr, A.A., Nelson, L.M. (1996). An expedition for change: Facilitating the systemic change process in school districts. *TechTrends*, 41 (1), 21-30.

Joyce, B., Showers, B. (2002). *Student achievement through staff development*. (3rd ed.) London: Longman.

Keijzer, R., Os, J. van (2002). Reken-wiskundendidactiek anno 2002. *Panama-Post. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 20 (3), 17-20.

KNAW (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen.

Koshy, V. (2001). *Teaching mathematics to able children*. London: David Fulton.

Kraemer, J.M., Schoot, F. van der, Rijn, P. van (2009). *Balans van het rekenwiskundeonderwijs in het speciaal basisonderwijs. Uitkomsten van de derde peiling in 2006*. PPOON-reeks nummer 39. Arnhem: Cito.

Kroesbergen, E.H., Luit, J.E.H. van (2003). Mathematics interventions for children with special needs. *Remedial and Special Education*, 24, 97-114.

Kyriakides, L., Creemers, B.P.M. (2008). *A longitudinal study on the stability over time of school and teacher effects on student outcomes*. *Oxford Review of Education*, 34, 521-546.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, E., Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In: A.E. Kelly, R.A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*, 591-645. Mahaway, NJ: Lawrence Erlbaum.

Letschert, J. (2009). *Inhaalslag Taal en Rekenen. Plan voor onderwijsondersteunende instellingen 2008-2012*. Enschede: SLO.

Lieshout, E.C.D.M van, Berends, I.E. (2009). Het effect van illustraties bij rekenopgaven: hulp of hinder? *Pedagogische Studiën*, 86 (5), 350-369.

Linchevski, L., Kutscher, B. (1998). Tell me with whom you're learning, and I'll tell you how much you've learned: Mixed-ability versus same-ability grouping in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (5), 533-554.

Marzano, R. J. (2006). *Classroom assessments and grading that work*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Montague, M. (2008). Self-regulation strategies to improve mathematical problem solving for students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 31, 37-44.

Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P. (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Chestnut Hill, MA: Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.

OCW (2010a). *Invoering referentieniveaus Taal en Rekenen. Brief aan scholen voor primair onderwijs*. Den Haag: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap.

OCW (2010b). *Onderzoeksprogrammering rekenen en taal primair onderwijs*. Brief aan de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek, Programmaraad voor het onderwijsonderzoek. Den Haag: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap.

Putten, C.M. van, Hickendorff, M. (2009). Peilstokken voor Plasterk: Evaluatie van de Rekenvaardigheid in groep 8. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 48, 184-194.

Reezigt, G.J., Houtveen, A.A.M., Grift, W. van de (2001). *Vormgeving en effecten van adaptief onderwijs*. Groningen: RUG/GION.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In: D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Simon & Schuster Macmillan.

Schoot, F. van der (2008). *Onderwijs op peil. Een samenvattend overzicht van 20 jaar PPO*. Arnhem: CITO.

Slavin, R. (1987). Ability grouping and student achievement in elementary schools: A best evidence synthesis. *Review of Educational Research*, 57 (3), 293-336.

Slavin, R.E., Lake, C. (2008). Effective programs in elementary mathematics: A best evidence synthesis. *Review of Education Research*, 78, 427-515.

Straetmans, G., Eggen, T. (2005). Afrekenen op rekenen: Over de rekenvaardigheid van pabo-studenten en de toetsing daarvan. *Tijdschrift voor Hoger Onderwijs*, 23 (3), 123-139.

Timminga, E., Swanborn, M. (2010). *Stand van Zaken Opbrengstgericht werken in het Basisonderwijs bij Rekenen-wiskunde*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.

Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E. (2000). *Making Sense of Word Problems*. Lisse: Swets and Zeitlinger.

Vilenius-Tuohimaa, P.M., Aunolab, K., Nurmi, J. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, 28, 409-426.

Whitburn, J. (2001). Effective Classroom Organisation in Primary Schools: Mathematics. *Oxford Review of Education*, 27 (3), 411-428.

Williams, P. (2008). *Independent Review of Mathematics Teaching in Early Years Settings and Primary Schools*. Nottingham (GB): DCSF Publications.

Xin, Y.P., Jitendra, A.K., Deatline-Buchman, A. (2005). Effects of mathematical word problem solving instruction on students with learning problems. *Journal of Special Education*, 39 (3), 181-192.

Zawojewski, J.S., Lesh, R. (2003). A models and modelling perspective on problem solving. In: R. Lesh & H.M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, 317-336. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

6 Samenstelling commissie

Dr. E. Harskamp, voorzitter (Rijksuniversiteit Groningen)

Drs. G. Gelderblom (PO-raad, Utrecht)

Dr. K. van Putten (Universiteit Leiden)

Prof. dr. L. Verschaffel (Katholieke Universiteit Leuven)